

Auszüge aus:

Andreas Pfitzmann:
Sicherheit in Rechnernetzen;
Mehrseitige Sicherheit in verteilten und durch verteilte Systeme

vollständig im Web unter
<http://dud.inf.tu-dresden.de>

Kryptologische Grundlagen

erreichbare Schutzziele:

Vertraulichkeit, Konzelation genannt

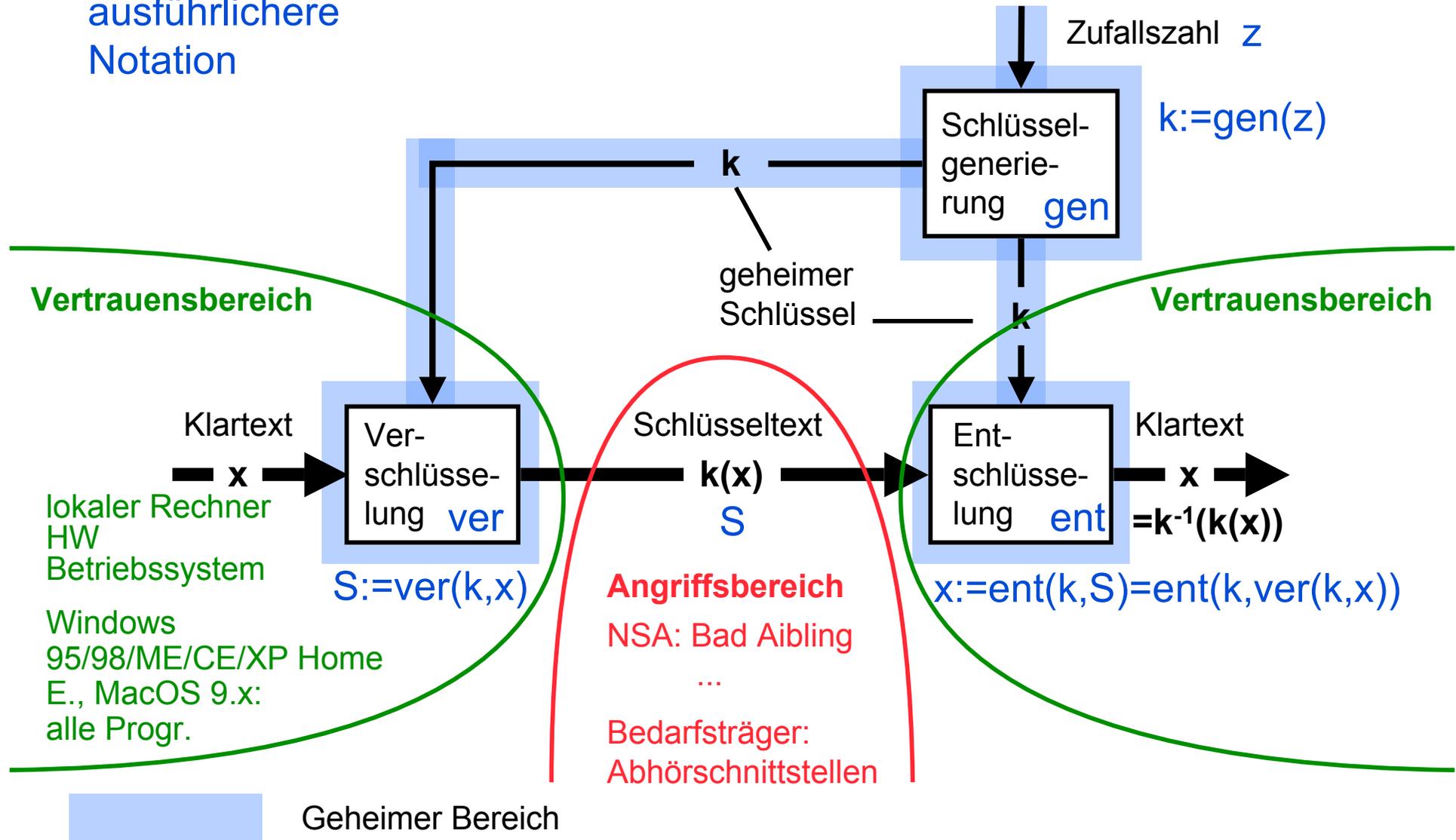
Integrität (= keine *unerkannte* unbefugte Modifikation von Informationen), Authentikation genannt

durch Kryptographie unerreichbar:

Verfügbarkeit – zumindest nicht gegen starke Angreifer

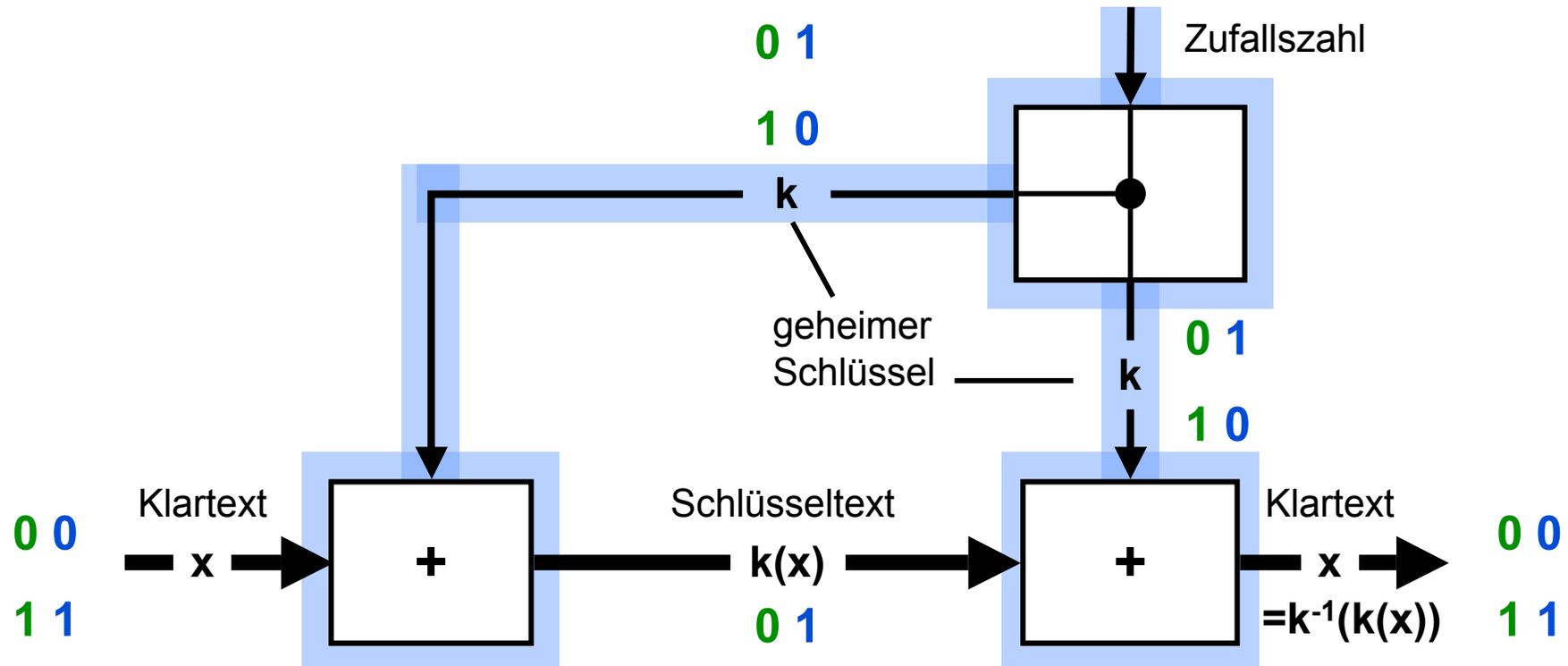
Symmetrisches Konzelationssystem

ausführlichere
Notation



Undurchsichtiger Kasten mit Schloß; 2 gleiche Schlüssel

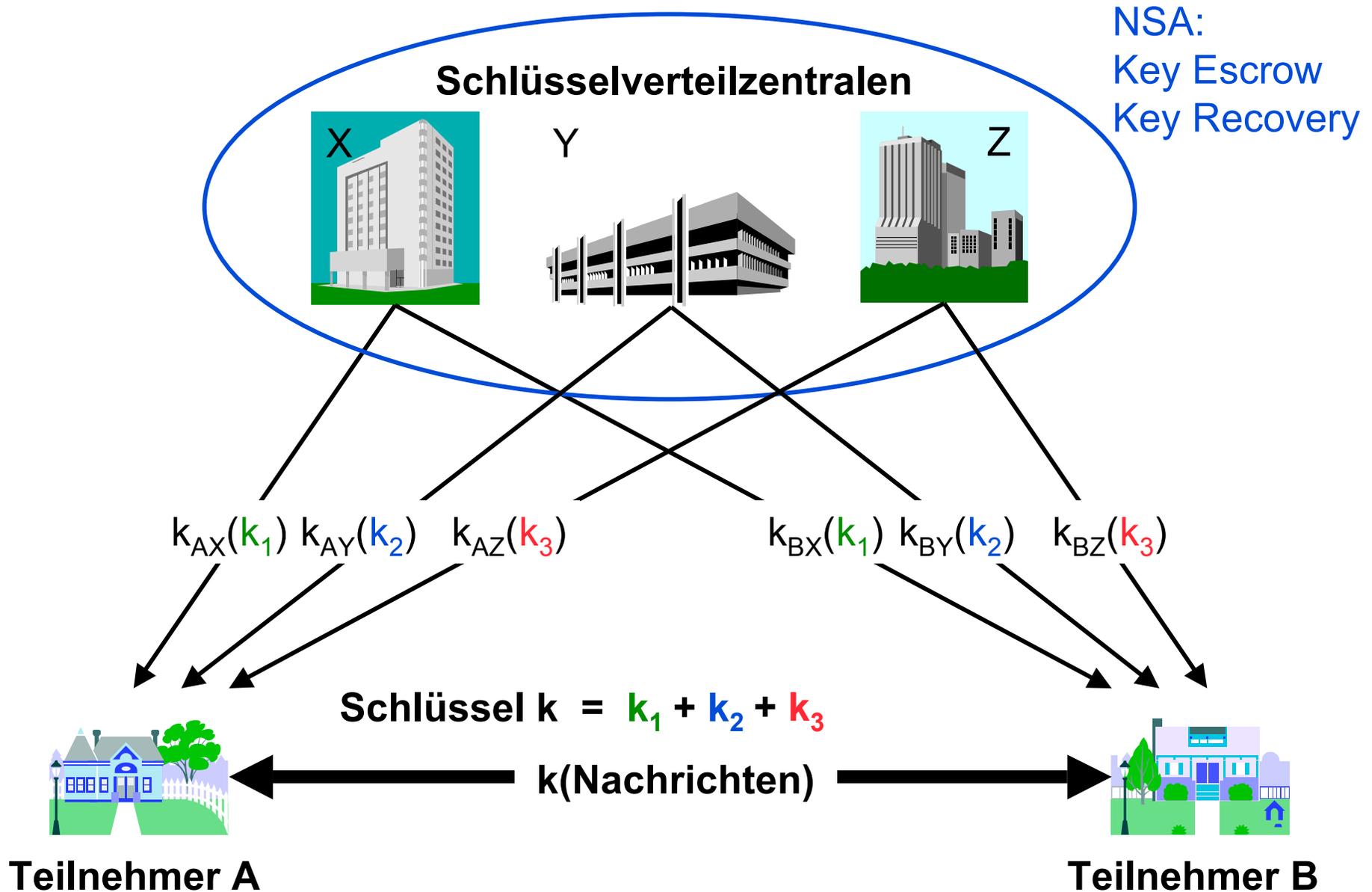
Bsp. Vernam-Chiffre (=one-time-pad)



Geheimer Bereich

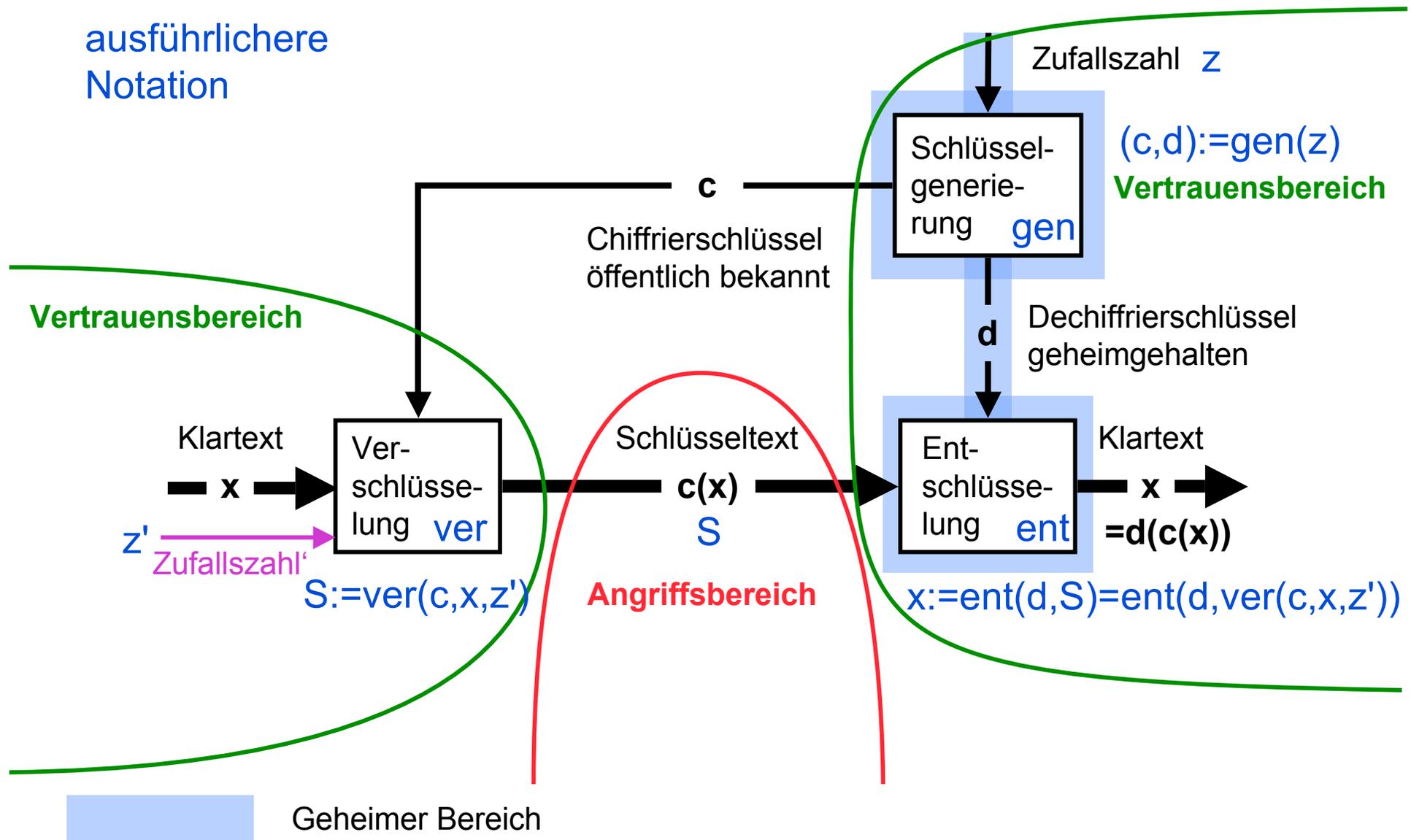
Undurchsichtiger Kasten mit Schloß; 2 gleiche Schlüssel

Schlüsselverteilung bei symmetrischem Kryptosystem



Asymmetrisches Konzelationssystem

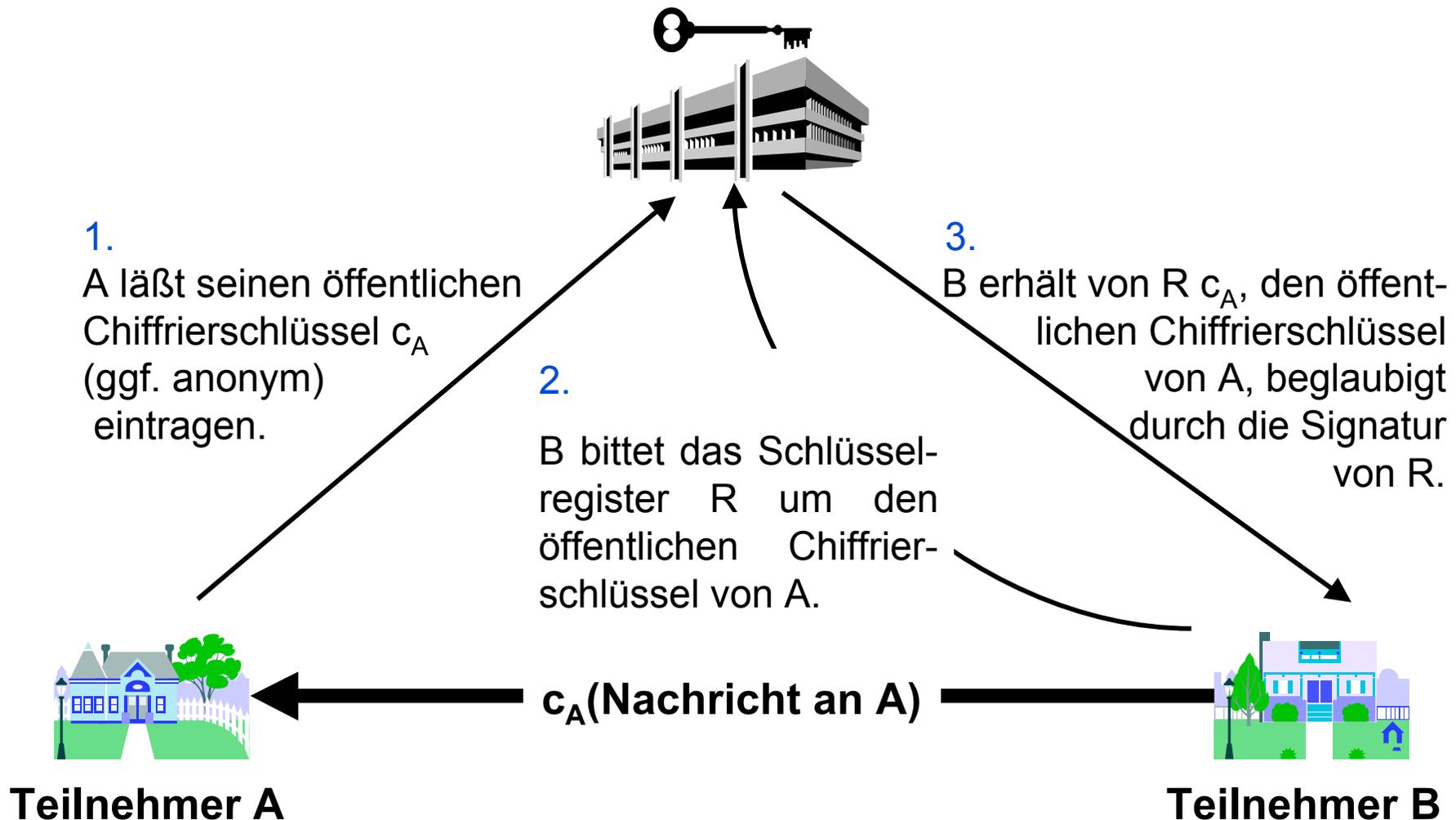
ausführlichere
Notation



Undurchsichtiger Kasten mit Schnappschloß; 1 Schlüssel

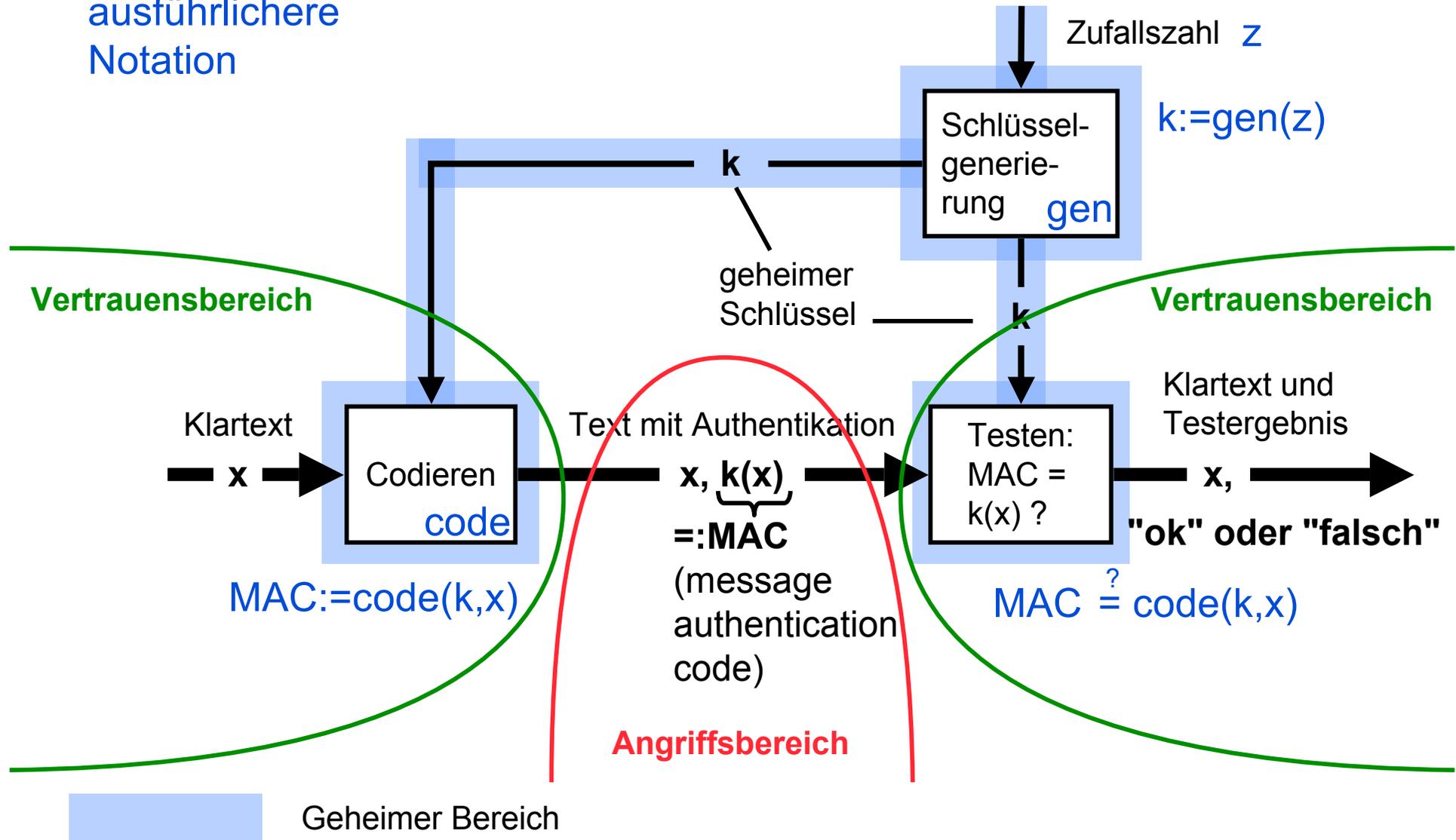
Schlüsselverteilung bei asymmetrischem Konzellationssystem

Öffentliches Schlüsselregister R



Symmetrisches Authentifikationssystem

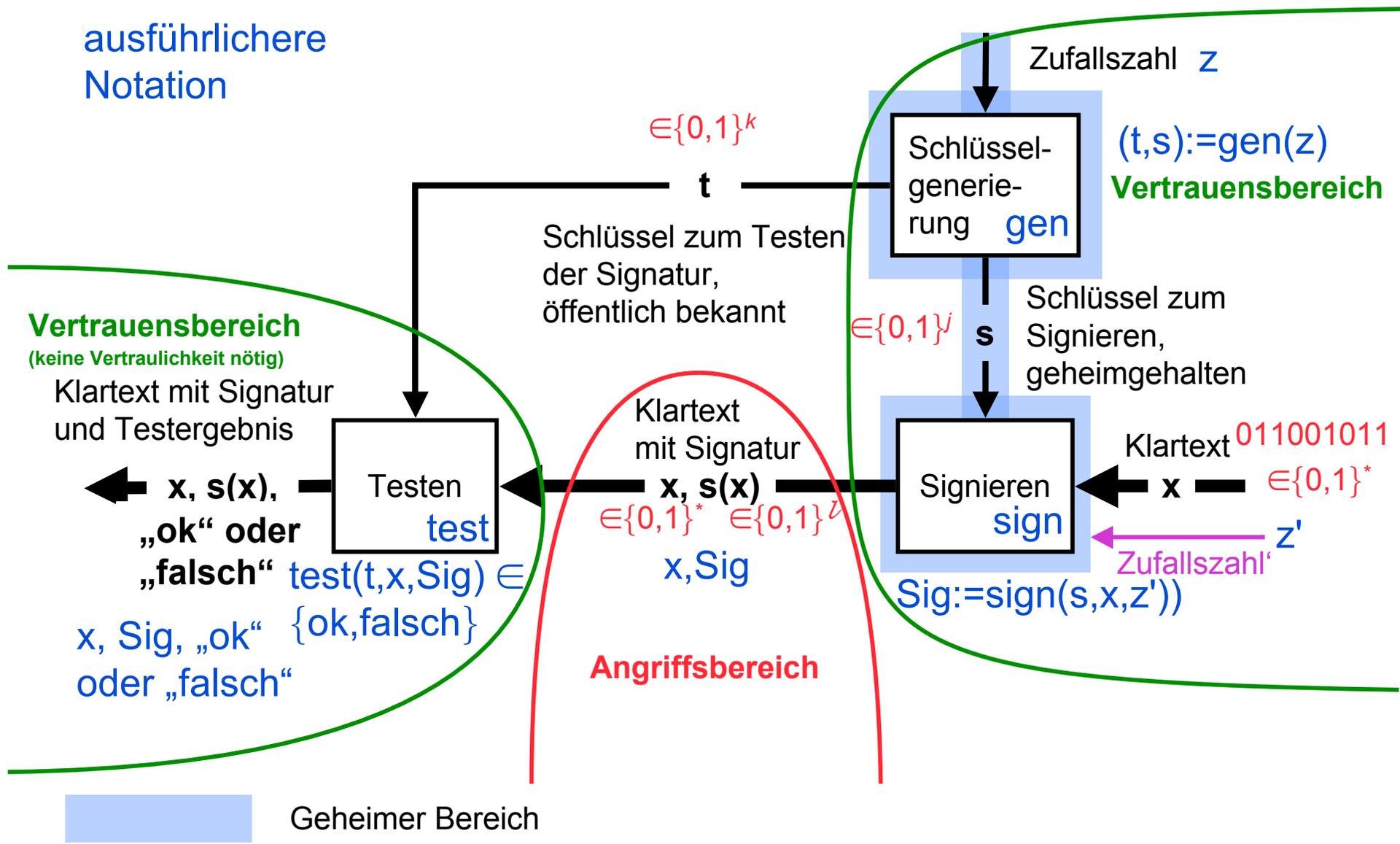
ausführlichere
Notation



Glasvitrine mit Schloß; 2 gleiche Schlüssel

Digitales Signatursystem

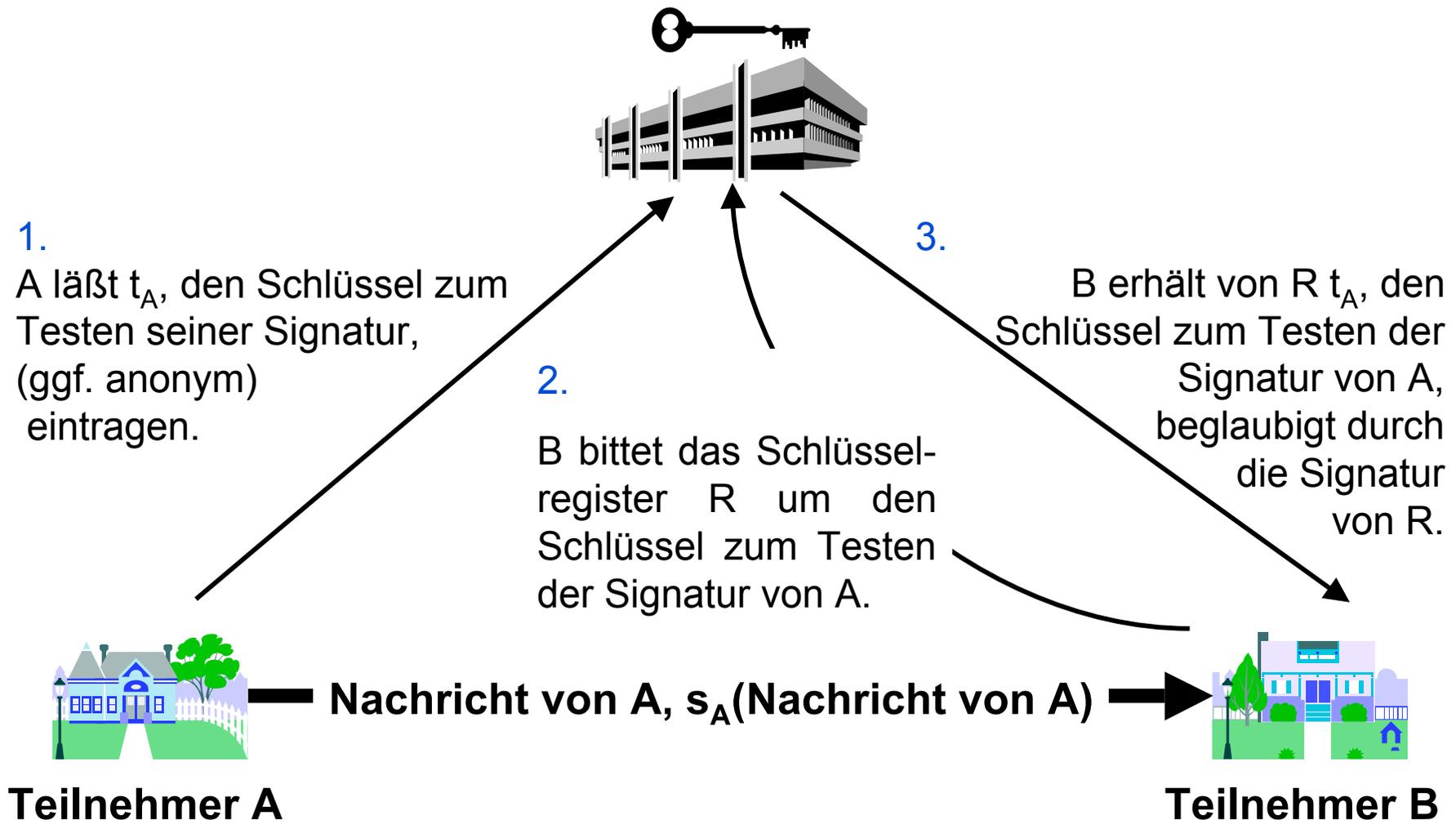
ausführlichere Notation



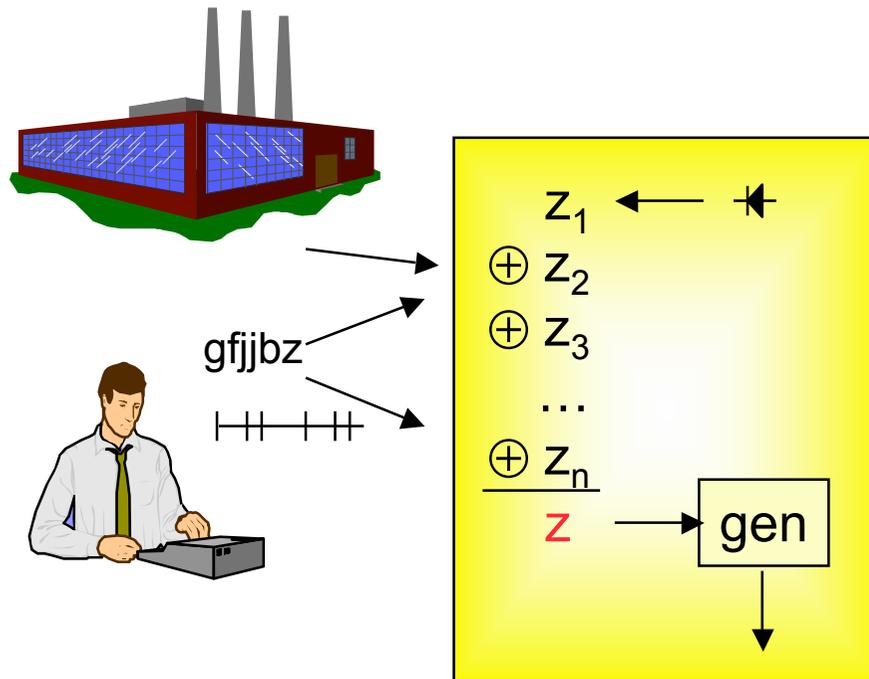
Glasvitrine mit Schloß; 1 Schlüssel

Schlüsselverteilung bei digitalem Signatursystem

Öffentliches Schlüsselregister R



Schlüsselgenerierung



Erzeugung einer Zufallszahl z für die Schlüsselgenerierung:

XOR aus

- z_1 , einer im Gerät erzeugten,
- z_2 , einer vom Hersteller gelieferten,
- z_3 , einer vom Benutzer gelieferten,
- z_n , einer aus Zeitabständen errechneten.

Anmerkungen zum Schlüsselaustausch

Wem werden Schlüssel zugeordnet?

1. einzelnen Teilnehmern **asymmetrische Systeme**
2. Paarbeziehungen **symmetrische Systeme**
3. Gruppen **—**

Wie viele Schlüssel müssen ausgetauscht werden?

n Teilnehmer

asymmetrische Systeme je System n

symmetrische Systeme $n \cdot (n-1)$

Wann Schlüssel generieren und austauschen?

**Sicherheit des Schlüsselaustauschs begrenzt
kryptographisch erreichbare Sicherheit:**

Mehrere Ur-Schlüsselaustausche durchführen

Hybride Kryptosysteme (1)

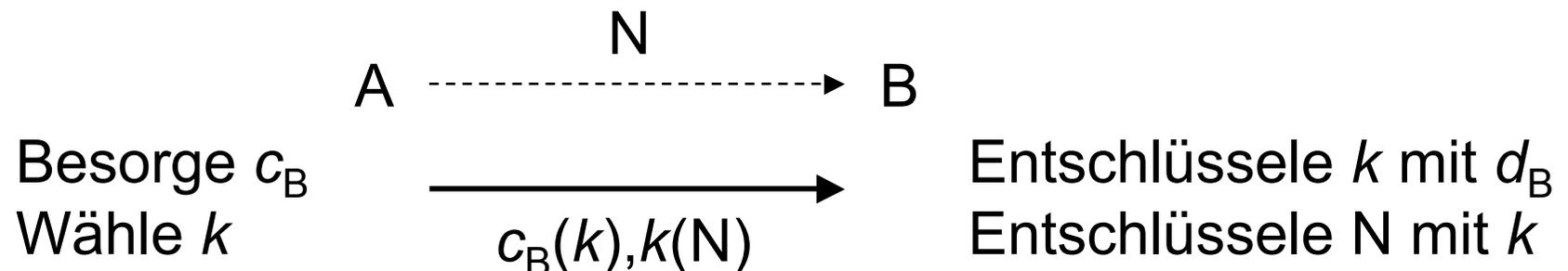
Kombiniere:

- von asymmetrischen: Einfache Schlüsselverteilung
- von symmetrischen: Effizienz (Faktor 100 bis 10000, SW und HW)

Wie?

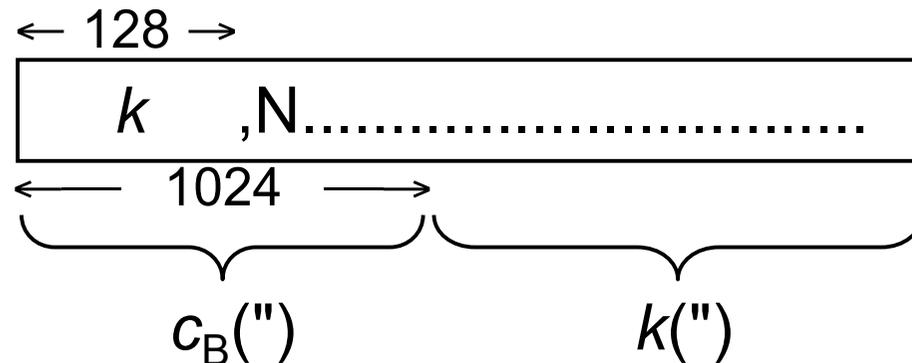
Asymmetrisches System nur, um Schlüssel für symmetrisches auszutauschen

Konzeption:



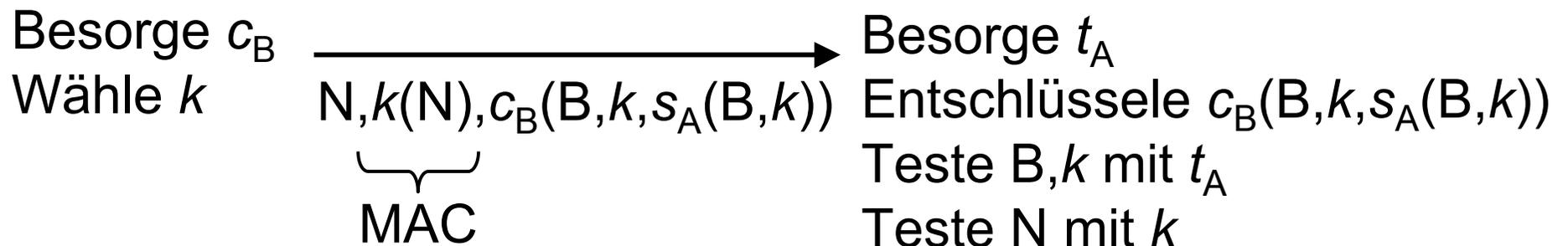
Hybride Kryptosysteme (2)

Noch effizienter: Teil von N in 1. Block

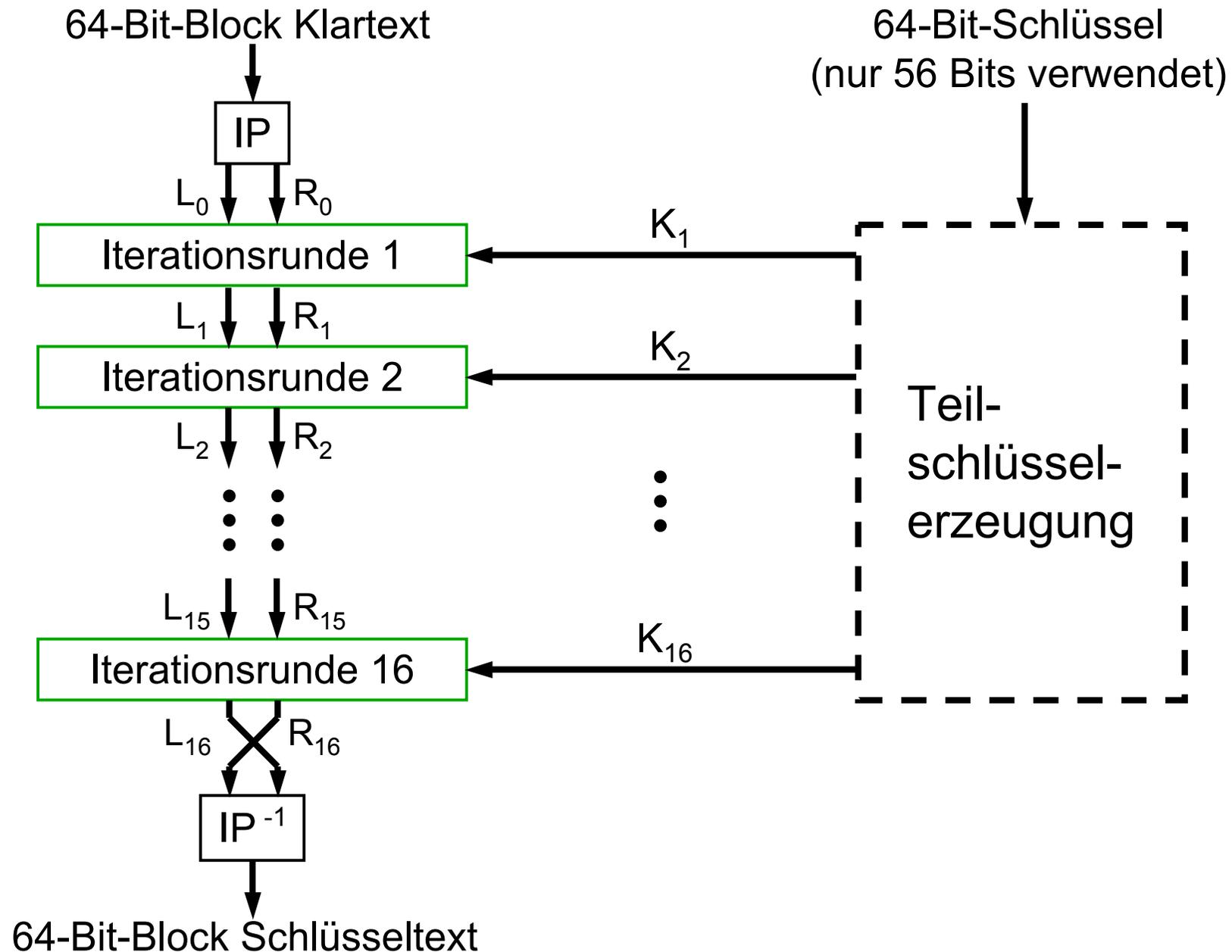


Wenn B auch k benutzen soll: $s_A(B, k)$ dazulegen

Authentikation: k authentisieren und geheimhalten

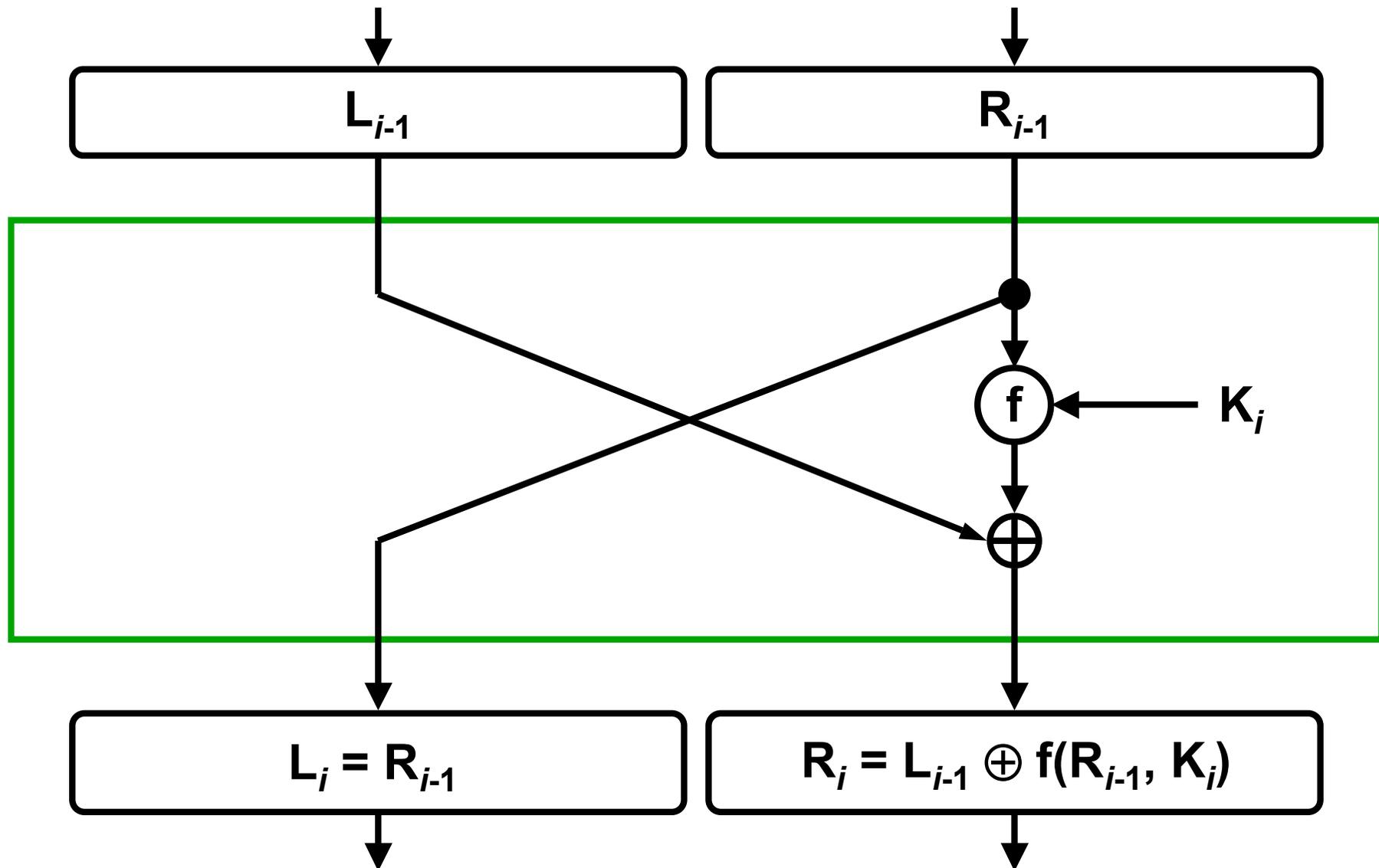


Symmetrisches Kryptosystem DES



Eine Iterationsrunde

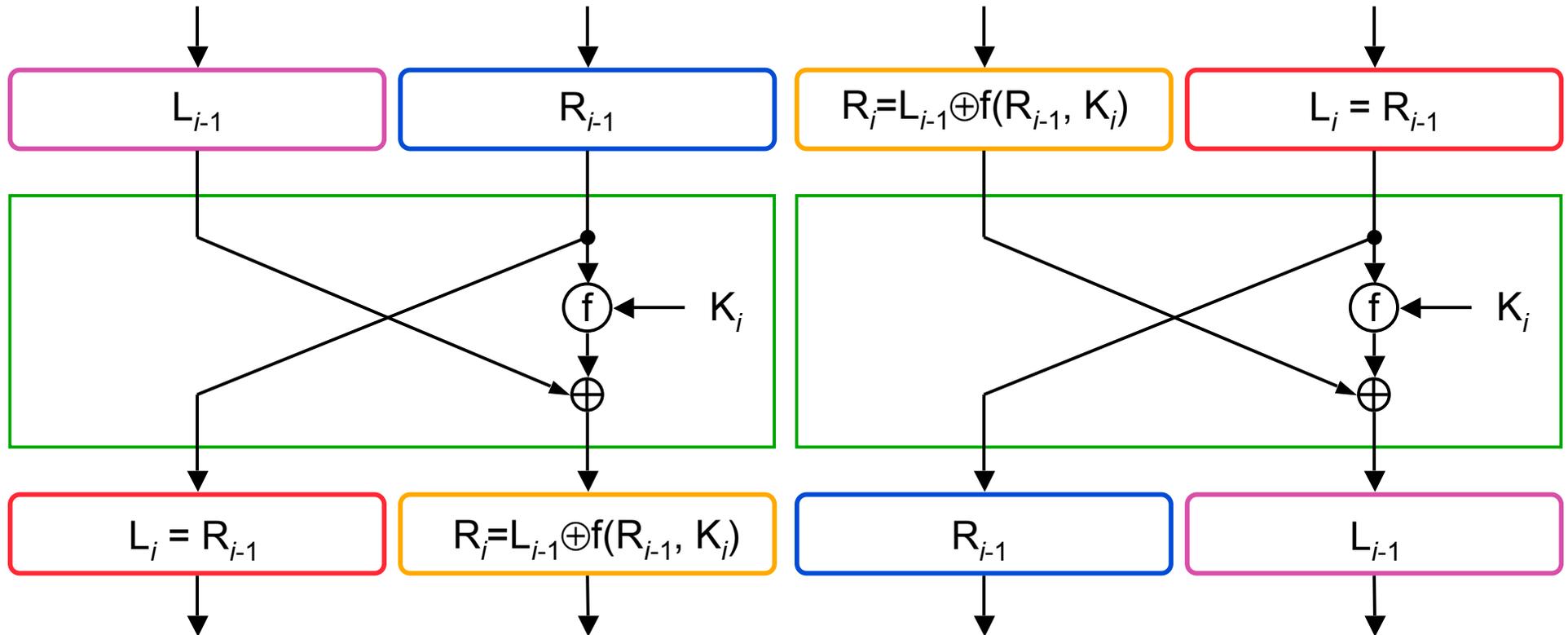
Feistel Chiffren



Entschlüsselungsprinzip

Verschlüsseln Iterationsrunde i

Entschlüsseln Iterationsrunde i



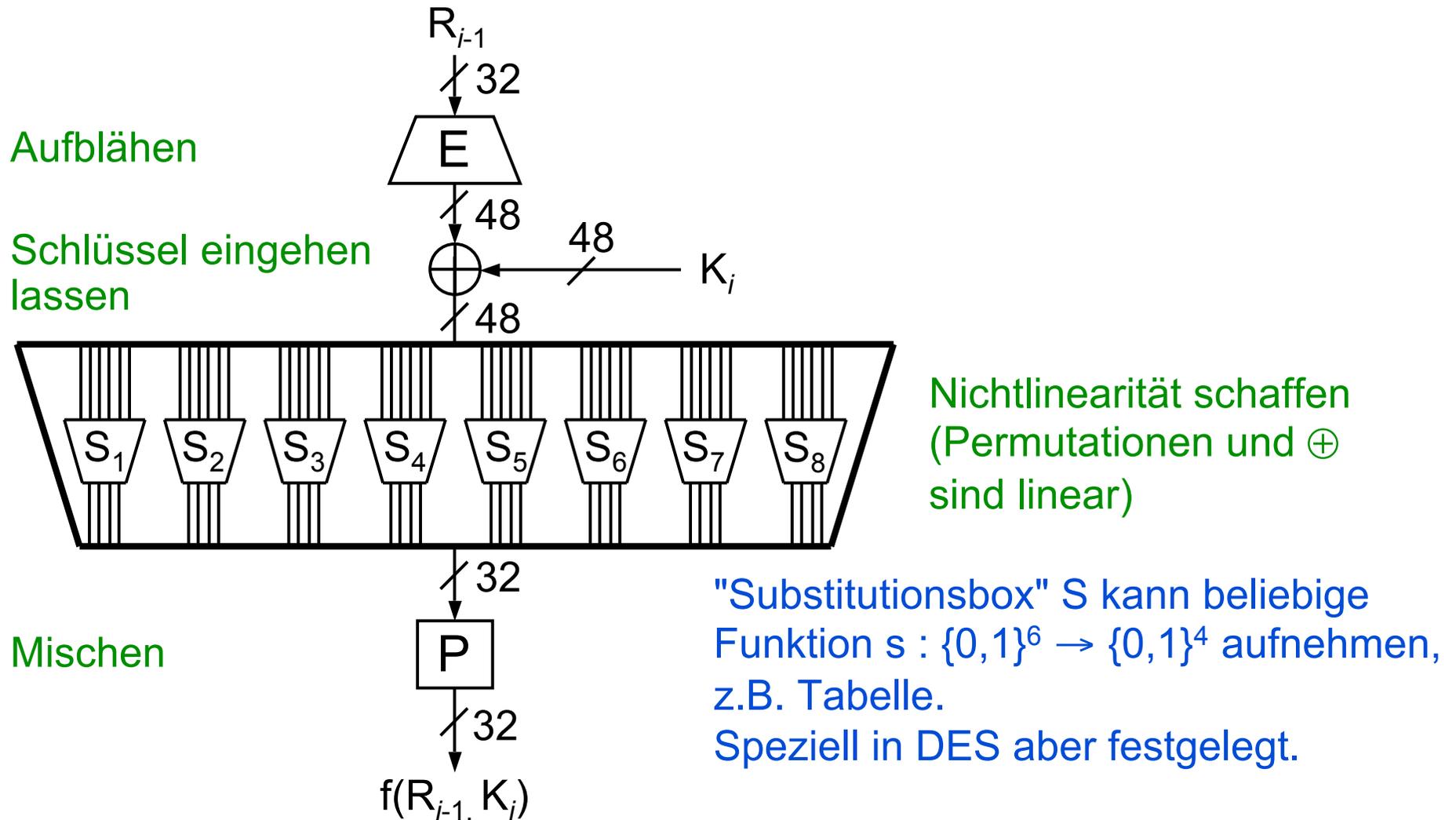
Entschlüsselungsprinzip

 → trivial

$$\begin{aligned}
 & \text{orange box} \rightarrow \text{pink box} \quad L_{i-1} \oplus f(R_{i-1}, K_i) \oplus f(L_i, K_i) = \\
 & \quad L_{i-1} \oplus f(L_i, K_i) \oplus f(L_i, K_i) = \text{pink box}
 \end{aligned}$$

Ersetze R_{i-1} durch L_i

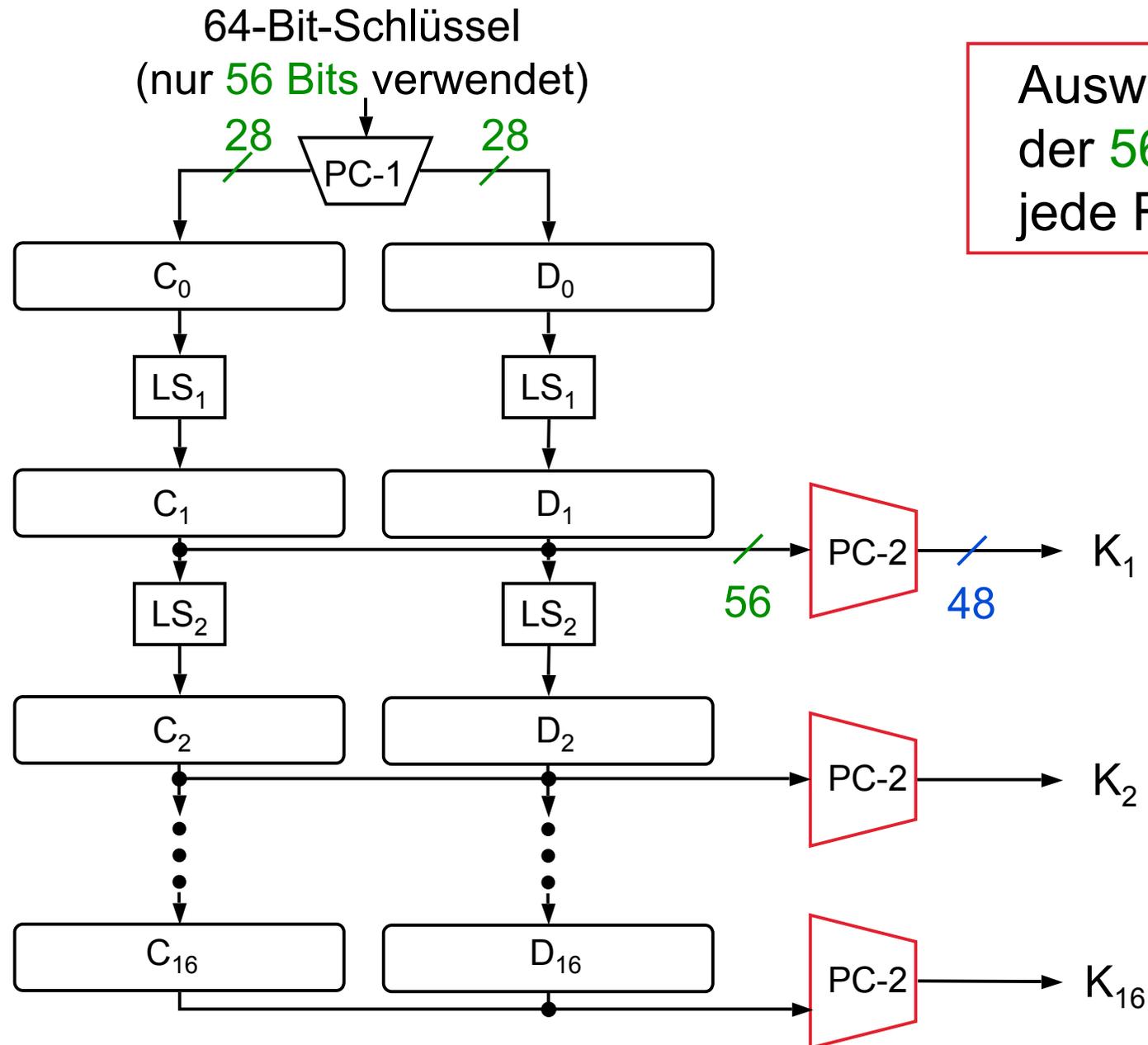
Verschlüsselungsfunktion f



Begriffe

- Substitutions-Permutationsnetze
- Confusion - Diffusion

Teilschlüsselerzeugung



Auswahl von 48
der 56 Bits für
jede Runde

Verallgemeinerung von DES

- 1.) $56 \Rightarrow 16 \cdot 48 = 768$ Schlüsselbits
- 2.) variable Substitutionsboxen
- 3.) variable Permutationen
- 4.) variable Expansionspermutation
- 5.) variable Anzahl Iterationsrunden

RSA - asymmetrisches Kryptosystem

R. Rivest, A. Shamir, L. Adleman: A Method for obtaining Digital Signatures and Public-Key Cryptosystems; Communications of the ACM 21/2 (Feb. 1978) 120-126.

Schlüsselgenerierung

- 1) Wähle zwei Primzahlen p und q zufällig sowie stochastisch unabhängig mit $|p| \approx |q| = \ell$, $p \neq q$
- 2) Berechne $n := p \cdot q$
- 3) Wähle c mit $3 \leq c < (p-1)(q-1)$ und $\text{ggT}(c, \underbrace{(p-1)(q-1)}_{\Phi(n)}) = 1$
- 4) Berechne d mittels p, q, c als multiplikatives Inverses von c mod $\Phi(n)$
 $c \cdot d \equiv 1 \pmod{\Phi(n)}$
- 5) Veröffentliche c und n .

Ver-/Entschlüsselung

Exponentiation mit c bzw. d in \mathbb{Z}_n

Beh.: $\forall m \in \mathbb{Z}_n$ gilt: $(m^c)^d \equiv m^{c \cdot d} \equiv (m^d)^c \equiv m \pmod{n}$

Beweis (1)

$$c \cdot d \equiv 1 \pmod{\Phi(n)} \Leftrightarrow$$

$$\exists k \in \mathbb{Z} : c \cdot d - 1 = k \cdot \Phi(n) \Leftrightarrow$$

$$\exists k \in \mathbb{Z} : c \cdot d = k \cdot \Phi(n) + 1$$

Also gilt $m^{c \cdot d} \equiv m^{k \cdot \Phi(n) + 1} \pmod{n}$

Mittels des **Fermatschen Satzes**

$$\forall m \in \mathbb{Z}_n^* : m^{\Phi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$$

folgt für alle zu p teilerfremden m

$$m^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

Da $p-1$ ein Teiler von $\Phi(n)$ ist, gilt

$$m^{k \cdot \Phi(n) + 1} \equiv_p m^{k \cdot (p-1)(q-1) + 1} \equiv_p m \cdot \underbrace{(m^{p-1})^{k \cdot (q-1)}}_1 \equiv_p m$$

Beweis (2)

Gilt trivialerweise für $m \equiv_p 0$

Entsprechende Argumentation für q ergibt

$$m^{k \cdot \Phi(n) + 1} \equiv_q m$$

Da Kongruenz sowohl bzgl. p als auch q gilt, gilt sie auch

bzgl. $p \cdot q = n$

$$m^{c \cdot d} \equiv m^{k \cdot \Phi(n) + 1} \equiv m \pmod{n}$$

Vorsicht:

Es gibt (bisher ?) **keinen** Beweis

RSA leicht zu brechen \Rightarrow Faktorisierung leicht

Naiver unsicherer Einsatz von RSA

RSA als asymmetrisches Konzelationssystem

Codiere Nachricht (ggf. geblockt) als Zahl $m < n$.

Verschlüsselung von m : $m^c \bmod n$

Entschlüsselung von m^c : $(m^c)^d \bmod n = m$

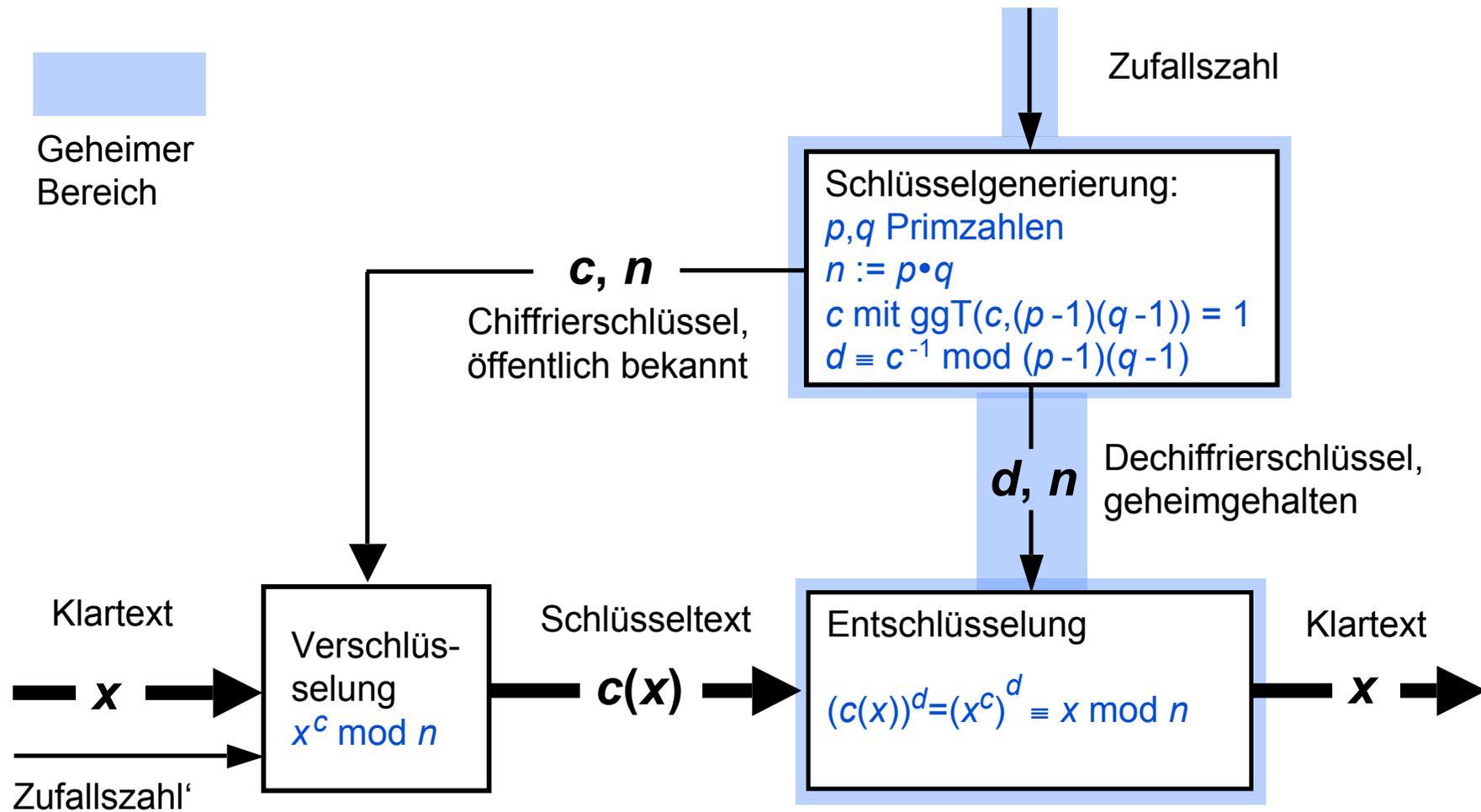
RSA als digitales Signatursystem

Umbenennung: $c \rightarrow t, d \rightarrow s$

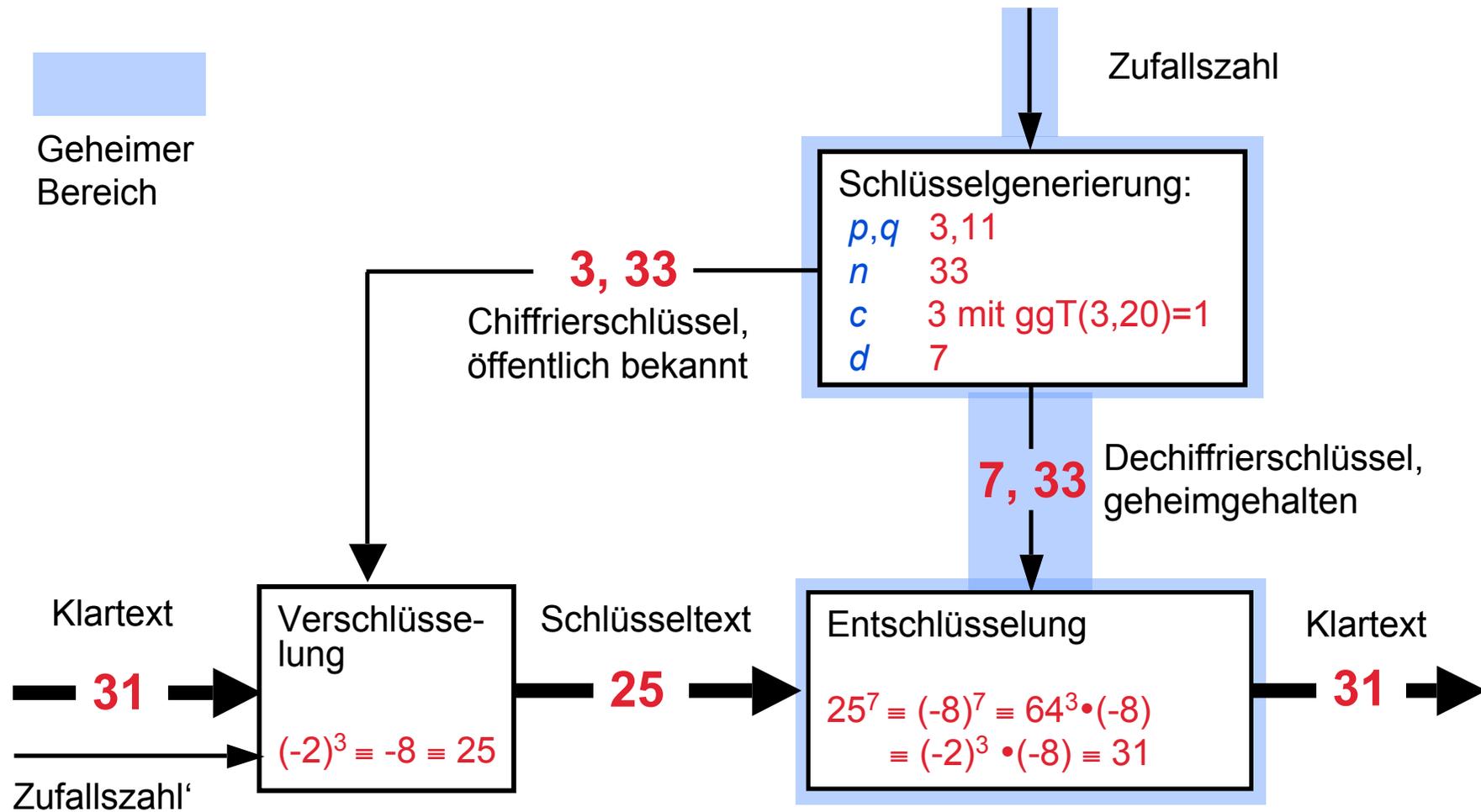
Signieren von m : $m^s \bmod n$

Testen von m, m^s : $(m^s)^t \bmod n = m ?$

RSA als asymmetrisches Konzellationssystem: naiv



RSA als asymmetrisches Konzelationssystem: Beispiel



Angriff auf Konzelation mit RSA naiv

$$(x^c)^d \equiv x$$

Schlüsseltext abgehört

$$(x \cdot y)^c = x^c \cdot y^c$$

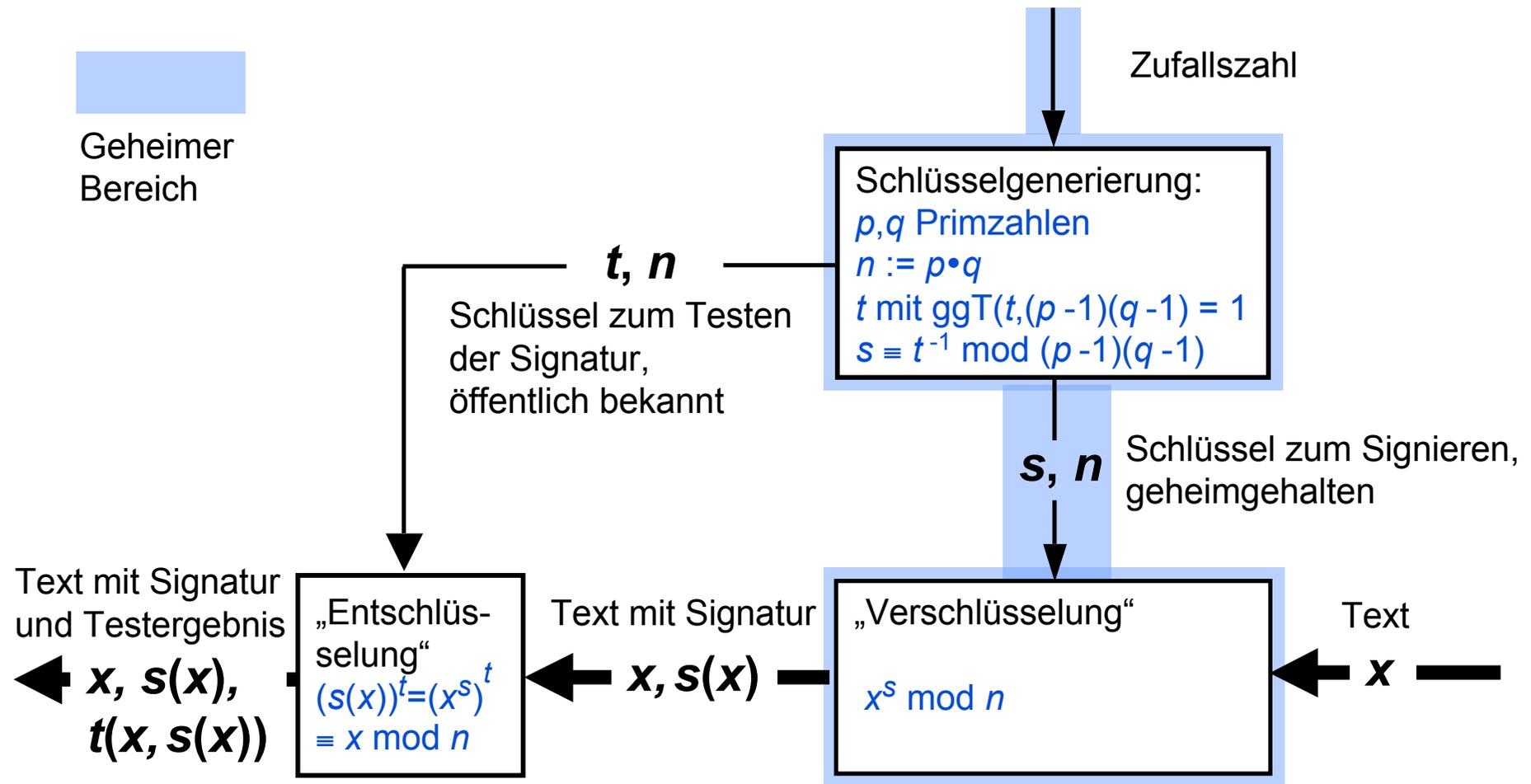
aus y
selbst gebildet

entschlüsseln lassen

$$((x \cdot y)^c)^d \equiv x \cdot y$$

teile durch y , erhalte x

RSA als digitales Signatursystem: naiv



Angriff auf digitale Signatur mit RSA naiv

$$(x^s)^t$$

 \equiv

x gewünschte
Nachricht

$$(x^s \cdot y)^t$$

 \equiv

x • y^t gewählte
Nachricht y

signieren
lassen

$$\left((x^s \cdot y)^t \right)^s$$

 \equiv

$$x^s \cdot y$$

teile durch y , erhalte x^s

Abwehr der Davida-Angriffe mittels kollisionsresist. Hashfkt.

$h()$: kollisionsresistente Hashfunktion

1.) asymmetrisches Konzelationssystem

Klartextnachrichten müssen Redundanzprädikat erfüllen

m , Redundanz \Rightarrow prüfe ob $h(m) = \text{Redundanz}$

2.) digitales Signatursystem

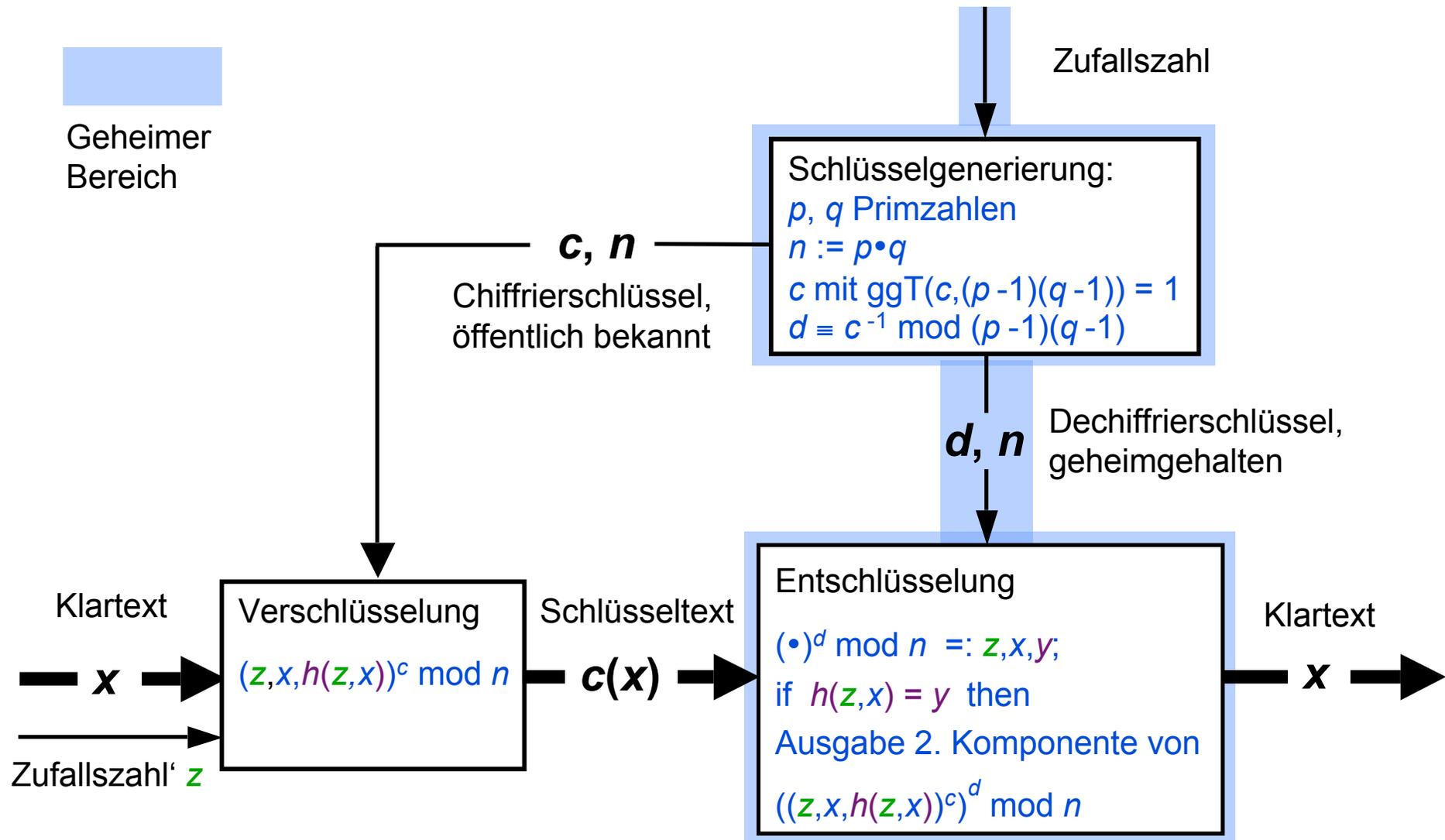
Vor dem Signieren wird auf die Nachricht h angewendet

Signatur zu $m = (h(m))^s \bmod n$

prüfe ob $h(m) = ((h(m))^s)^t \bmod n$

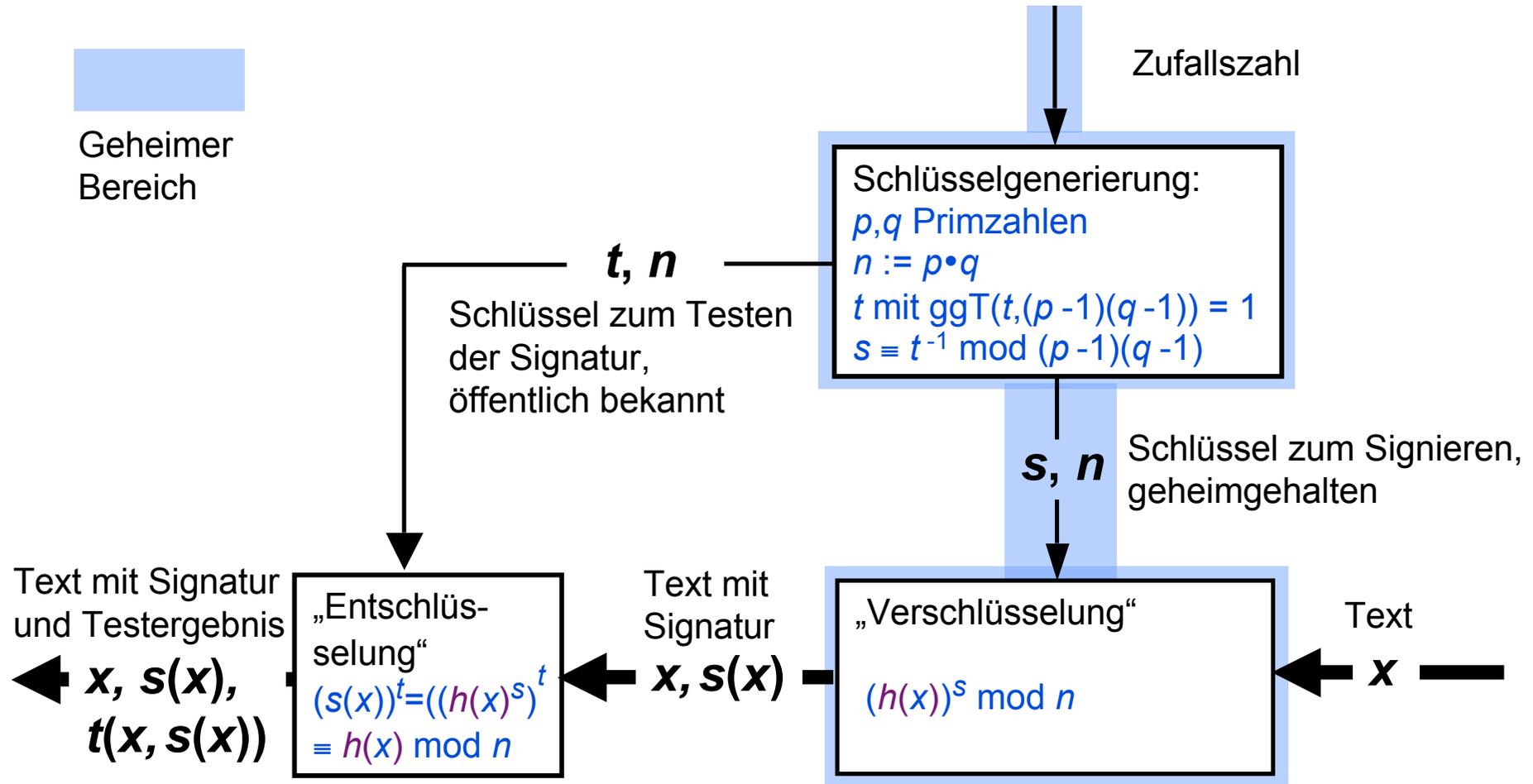
Vorsicht: Es gibt (bisher?) keinen Beweis für Sicherheit!

RSA als asymmetrisches Konzelationssystem



kollisionsresistente Hashfunktion h
 - global bekannt -

RSA als digitales Signatursystem



kollisionsresistente Hashfunktion h
 - global bekannt -